Slotshavens Sommerskole i matematik

Velkommen til sommerskole

Formålet med sommerskolen

Nogle af jer kan alt det i matematik, som er godt at kunne når man starter i gymnasiet. Andre af jer kan ikke. Det kan der være flere grunde til, men det er ikke vigtigt nu. Nu er det vigtigt, at I kommer til at kunne nok til at få en god start på gymnasiet. Derfor er der mulighed for en lille "prøve", hvor du kan undersøge, om du kan det, der er godt at kunne.

Har du let ved prøven, er der ingen grund til, at du regner alle opgaverne i Sommerskolen … Du behøver slet ikke at regne nogen. Men hvis du har svært ved opgaverne, anbefaler vi som skole, at du laver så mange opgaver som muligt. Og du kan sagtens lave den samme opgave flere gangen. Du kan bare lade være med at kigge på, hvad du lavede sidste gang, at du løste opgaven.

Matematik i gymnasiet er meget anderledes end det, mange af jer kender fra folkeskolen.
Man lærer hele tiden nyt, og det nye bygger på, at man kan det gamle. Kan man ikke ”det gamle”, er det meget vanskeligt at lære nyt i matematik.

Opgaverne i Sommerskolen tager dig gennem det helt grundlæggende i matematik … Svarende til "matematikkens bogstaver og ord". Sommerskolen er ikke noget du skal. Det er et tilbud til dig, for at lette overgangen fra folkeskole til gymnasium.

Når du starter på en gymnasial uddannelse (hhx, htx, stx) vil du også hurtigt møde opgaver/problemer af den type, du ser her i Sommerskolen, men i den almindelige undervisning vil vi typisk ikke bruge særlig lang til på det, da vi regner med, at I kan det. Vi vil derfor hurtig komme til det nye stof i matematik.

HUSK: På gymnasiet er resultaterne ikke interessante (det er måske lidt overdrevet). Det er måden, du kommer frem til resultaterne på, der er interessant! Så i matematik er mellemregninger, forklaringer, argumenter osv. meget vigtigere end resultatet. I Sommerskolens opgaver er det derfor meget vigtigt, at du har alle **væsentlige** mellemregninger med. Det betyder dog ikke, at du skal "gange og dividere" på papir. Tallene i opgaver uden lommeregner kan klares med hovedregning.

Husk også: Vi bruger ikke Excel til at stille alt op i et skema! Og resultaterne står ikke for sig selv ude til højre! Vi bruger sammenhængende tekst og beregninger. Det kommer du til at høre mere om.

Læs dette grundigt inden du tager prøven

Reducer, reducere

Når der står "reducer" i en opgave, betyder det at man skal skrive det, der i forvejen står, kortere.
Fx kan tallet $25-12$ skrives kortere som (reduceres til) 13 og $3a^2+4a-a^2+a$ kan reduceres til reduceres til $2a^2+5a$.
Da disse tal er ens (bare skrevet på to forskellige måder) bruger man lighedstegn imellem dem:
$3a^2+4a-a^2+a=2a^2+5a$

"Uforkortelig brøk"

Man kan forkorte/forlænge brøker ved at gange/dividere med samme tal i tæller og nævner.
Fx kan $\frac{2}{3}$ forlænges til $\frac{4}{6}$ ved at gange med 2 i både tæller og nævner.
Tilsvarende kan man forkorte $\frac{4}{6}$ til $\frac{2}{3}$. Den sidste er "uforkortelig", siger man, for den kan ikke skrives med mindre *hele* tal i tæller og nævner.
Her bruger man også lighedstegn, fx: $\frac{8}{20}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

Resultater i matematik

I **ren** matematik er man glad for "eksakte tal" som brøker og kvadratrødder, både i mellemregninger og i resultater, fx $\frac{4}{5}$, $\sqrt{3}$, og endda uægte brøker som $\frac{7}{4}$ (men vi bruger typisk ikke blandede tal, som $1\frac{3}{4}$).
Kommer du i en opgave til fx $\sqrt{3}$ til sidst, er det resultatet, og ikke det afrundede tal, som lommeregneren viser. Til gengæld er det vigtigt at have en fornemmelse for størrelsen af tallet. fx $\sqrt{12}$ er omkring 3,5 fordi $3^2=9$ og $4^2=16$, $\sqrt{24}$ er tæt på 5, fordi $5^2=25$, $\frac{59}{61}$ er lidt under 1, fordi nævneren er lidt større end tælleren.
(I anvendt matematik (når man bruger matematik til at "regne på diverse ting i virkeligheden"), giver de eksakte tal ofte ikke mening, fordi måleunøjagtigheder og andet giver begrænsninger for tallenes nøjagtighed.).

Mellemregninger!!

Som tidligere nævnt. Resultatet er det mindst vigtige! Det vigtige er, hvordan man kommer frem til det. Hvis opgaven fx handler om regningsarternes hierarki, er det meget vigtigt, at du tager den slags mellemregninger med, der viser, at du kan det. Hvis det er ligninger, er det vigtigt at man kan se at du bruger ligningsregneregler korrekt, dog kan det skæres for meget ud i pap!
ex: ved løsning af ligningen $10x+12=5x-3$ vil man foretrække at man skriver
$10x+12=5x-3 \Leftrightarrow$
$10x-5x=-3-12$
frem for
$10x+12=5x-3 \Leftrightarrow$
$10x-5x+12-12=5x-5x-3-12$
Denne sidste er skåret så meget ud i pap, at man let mister overblikket. Det kan dog måske være en hjælp for dig selv i starten at tage alt med, men senere skal du så gerne af med den vane. I løsningen til prøven kan du se, hvad der er nok at skrive i forskellige sammenhæng, men tag lige prøven inden du ser løsningen

Nu kan du se videoen "01 Nogle typiske fejl". Du finder videoen her.
I den kan man også se hvordan man skal skrive de forskellige ting

Behovsprøve

Inden du tager prøven, som jo er det sjove, er det meningen at du har læst og forstået hvad der har stået ind til nu **og at du har set videoen om typiske fejl, se ovenfor.**
Hvis du kan alt i prøven **uden** problemer, behøver du ikke at lave opgaverne i "Sommerskolen". Hvis du tænker: det er vist nok sådan og sådan, **så kan du det ikke**! Man kan det faktisk først, når man ikke længere skal tænke over det.
Og hvis du stort set er usikker på det hele, kan du droppe prøven og gå i gang med opgaverne fra en ende af. Så kan du tage prøven når du har gjort det.

NB: prøven er uden lommeregner og tilsvarende hjælpemidler! Brug "papir og blyant", ingen grund til at skrive pænt på computer i denne type opgaver. Det fjerner fokus
Du må højst bruge halvanden time på prøven, og husk!! mellemregninger.

Opgave 1 (Regningsarternes hierarki)

1.1 Beregn/reducer $2-6\cdot 3+2\cdot(5-2)^2$

1.2 Beregn/reducer $\frac{6-(3-7)}{5-2\cdot 3^2}$

Opgave 2 (elementær reduktion)

2.1 Reducer $x^2+2x+3x-2x^2$

2.2 Reducer $x-(2-x)+3\cdot(x-3)$

2.3 Reducer $x^2-x(3-x)-(2x^2+x)$

2.4 Reducer $x^2-(x-3)^2$

Opgave 3 (Brøkregneregler)

Skriv tallene her under som uforkortelig brøk (eller som helt tal, hvis muligt)

3.1 $3\cdot\frac{4}{5}+\frac{2}{5}:4-\frac{20}{40}$

3.2 $2:\frac{3}{4}+4\cdot\frac{3}{4}-6\cdot\frac{1}{12}-\frac{4}{5}:\frac{8}{5}$

Opgave 4 (Ligninger i stigende sværhedsgrad)

Du skal anvende metode (gøre det samme på begge sider af lighedstegnet) til løsning, ikke bare gætte. Husk, at man stort set er ligeglad med hvad det giver. Ingen skal bruge resultatet til noget … det hele handler om læring. HUSK derfor mellemregninger.

Løs følgende ligninger (den sidste er i den svære ende, men med hint skulle det nok kunne lade sig gøre)

4.1 $5x - 4 = 2x + 3$

4.2 $3 - x = 7$

4.3 $4 - (3 - x) = x - 2(x - 3)$

4.4 $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = \frac{5}{2} - \frac{3}{4}x$ (hint: start med at gange igennem med 4)

Opgave 5 (Koordinatsystemet og funktioner)

Givet funktionen $f(x) = x^2 - 4x$
Beregn $f(-3)$, $f(-1)$ og $f(4)$. Husk mellemregninger osv.
Hvilke punkter kender vi efter disse beregninger på grafen for f ?

Opgave 6 (koordinatsystemet og funktioner)

En retlinet funktion er givet ved $y = f(x) = 4x - 2$
Hvad fortæller tallene 4 og -2 om den rette linje?

Hermed er prøven slut!

På de næste side kan du se en kort løsning på skrift, eller du kan se **løsningen som video: "02 Løsning til prøven". Du finder videoen her. På videoen er de anvendte regneregler kort nævnt og der er yderligere forklaringer.**

Ad 1.1:
$2-6\cdot 3+2\cdot(5-2)^2$

$=2-6\cdot 3+2\cdot 3^2$

$=2-6\cdot 3+2\cdot 9$

$=2-18+18$

$=\mathbf{2}$

Ad 1.2:
$\frac{6-(3-7)}{5-2\cdot 3^2}$

$=\frac{6-(-4)}{5-2\cdot 9}$

$=\frac{10}{5-18}$

$=\frac{10}{-13}$

$=-\mathbf{\frac{10}{13}}$

Ad 2.1
$x^2+2x+3x-2x^2$

$=x^2-2x^2+2x+3x$

$=\boldsymbol{-x^2+5x}$

Ad 2.2
$x-(2-x)+3\cdot(x-3)$

$=x-2+x+3x-9$

$=\boldsymbol{5x-11}$

Ad 2.3
$x^2-x(3-x)-(2x^2+x)$

$x^2-3x+x^2-2x^2-x$

$=\boldsymbol{-4x}$

Ad 2.4

$x^2 - (x-3)^2$

$= x^2 - (x-3)(x-3)$

$= x^2 - (x^2 - 3x - 3x + 9)$

$= x^2 - (x^2 - 6x + 9)$

$= \mathbf{6x - 9}$

Ad 3.1

$3 \cdot \frac{4}{5} + \frac{2}{5} : 4 - \frac{20}{40}$

$= \frac{3 \cdot 4}{5} + \frac{2}{5 \cdot 4} - \frac{1}{2}$

$= \frac{12}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{2}$

$= \frac{24}{10} + \frac{1}{10} - \frac{5}{10}$

$= \frac{20}{10} = \mathbf{2}$

Ad 3.2

$2 : \frac{3}{4} + 4 \cdot \frac{3}{4} - 6 \cdot \frac{1}{12} - \frac{4}{5} : \frac{8}{5}$

$= 2 \cdot \frac{4}{3} + \frac{4 \cdot 3}{4} - \frac{6 \cdot 1}{12} - \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{8}$

$= \frac{2 \cdot 4}{3} + 3 - \frac{1}{2} - \frac{4 \cdot 5}{5 \cdot 8}$

$= \frac{8}{3} + 3 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

$= \frac{8}{3} + 3 - 1$

$= \frac{8}{3} + 2$

$= \frac{8}{3} + \frac{2}{1}$

$= \frac{8}{3} + \frac{6}{3}$

$= \mathbf{\frac{14}{3}}$

Ad 4.1

$5x - 4 = 2x + 3 \Leftrightarrow$

$5x - 2x = 3 + 4 \Leftrightarrow$

$3x = 7 \Leftrightarrow$

$\boldsymbol{x = \frac{7}{3}}$

Ad 4.2

$3 - x = 7 \Leftrightarrow$

$-x = 7 - 3 \Leftrightarrow$

$\boldsymbol{x = -4}$

Ad 4.3

$4 - (3 - x) = x - 2(x - 3) \Leftrightarrow$

$4 - 3 + x = x - 2x + 6 \Leftrightarrow$

$1 + x = -x + 6 \Leftrightarrow$

$2x = 5 \Leftrightarrow$

$\boldsymbol{x = \frac{5}{2}}$

Ad 4.4

$\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = \frac{5}{2} - \frac{3}{4}x \Leftrightarrow$

$4 \cdot \left(\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}\right) = 4 \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{4}x\right) \Leftrightarrow$

$\frac{4}{2}x - \frac{3 \cdot 4}{4} = \frac{4 \cdot 5}{2} - \frac{3 \cdot 4}{4}x \Leftrightarrow$

$2x - 3 = 10 - 3x \Leftrightarrow$

$5x = 13 \Leftrightarrow$

$\boldsymbol{x = \frac{13}{5}}$

det Slotshaven moderne Gymnasium

Opgave 5 (Koordinatsystemet og funktioner)

Givet funktionen $f(x) = x^2 - 4x$
Beregn $f(-3)$, $f(-1)$ og $f(4)$. Husk mellemregninger osv.
Hvilke punkter kender vi efter disse beregninger på grafen for f ?

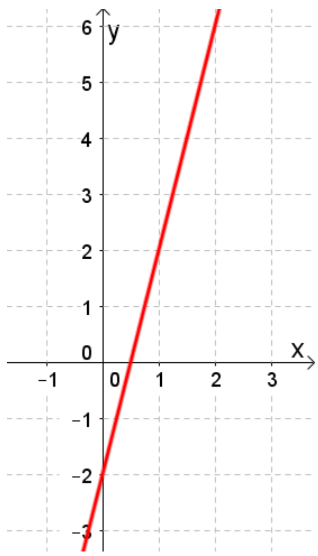
Ad 5
$f(-3) = (-3)^2 - 4 \cdot (-3) = 9 + 12 = 21$
$f(-1) = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) = 1 + 2 = 3$
$f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 = 16 - 16 = 0$

Vi har altså punkterne $(-3{,}21)$, $(-1{,}3)$ og $(4{,}0)$ på grafen for *f.*

Opgave 6 (koordinatsystemet og funktioner)

En retlinet funktion er givet ved $y = f(x) = 4x - 2$
Hvad fortæller tallene 4 og -2 om den rette linje?

Ad 6
4 er hældningskoefficienten: "Hver gang man går 1 til højre, går man 4 op" (en tilvækst på +1 på x medfører en tilvækst på +4 for y).
-2 er andenkoordinaten til den rette linjes skæring med y-aksen. Grafen skærer altså y-aksen i $(0, -2)$.
Figuren viser et uddrag af grafen.



Så til opgaver ordnet efter overskrifter.
De findes i dokumentet "Sommerskole Opgaver"